

## ANALIZA MES STREFY DOCISKU ELEMENTÓW BETONOWYCH

Piotr Sokal

**Streszczenie:** Praca prezentuje opis modelu numeryczne metody elementów skończonych. Utworzony model jest nieliniowym i pozwala obliczać nośność elementów betonowych poddanych dociskowi czyli ścisaniu na ograniczonym obszarze. Celem badań numerycznych przy użyciu modelu było obliczenie naprężeń niszczących dla próbek prostopadłościennych i walcowych. Rezultaty porównano z wynikami eksperymentu Bonetti'ego, a także z obliczeniami według zaleceń normy Eurokod 2 odnośnie zmiążdżenia betonu. Średni błąd obliczeń na modelu wynosił około 10%. Uzyskano dobrą zgodność z eksperymentem. Obliczenia bazujące na Eurokodzie 2 w przypadku próbek prostopadłościennych przejawiały tendencję do mocnego zawyżania wartości nośności elementów.

**Słowa kluczowe:** docisk, model MES docisku, strefy zakotwień

### 1. Wstęp

Konstrukcje betonowe i żelbetowe cieszą się obecnie bardzo dużą popularnością. W ostatnich czasach można zaobserwować znaczny rozwój betonów wysokiej wytrzymałości (BWW). Pomimo tego, w zdecydowanej większości wykonywanych obiektów wykorzystuje się dalej betony zwykłe, czyli posiadające wytrzymałość na ściskanie mniejszą od około 50-60 MPa. Mocniejsze betony kwalifikuje się jako BWW. Sposób zachowania się betonów zwykłych między sobą nie różni się znacząco. Posiadają one podobne odkształcenia graniczne, a co za tym idzie sposób ich zniszczenia jest podobny, tj. wyraźniej niż BWW sygnalizują zbliżający się moment zniszczenia.

Konstrukcje z betonu pracują w różnych stanach obciążeń. Największa liczba badań tych konstrukcji dotyczy przede wszystkim zginania, ściskania i ścinania. Mniej rozpoznany zagadnieniem jest docisk. Występuje on przede wszystkim w słupach prefabrykowanych w miejscu połączenia dwóch słupów przy pomocy blach centrujących, a także w elementach kablobetonowych w strefach zakotwień. Takimi obszarami są m. in. strefy przypodporowe mostów sprężonych.

Docisk ujęty jest w obowiązujących normach. Dotyczy on przede wszystkim zmiążdżenia ściszanego betonu. Zagadnienie to mocno jednak łączy się rozłupaniem na skutek naprężeń rozciągających. Wpływ rozciągania sprawdza się przy pomocy modeli Strut-and-Tie (STM). Odnośnie samego zmiążdżenia betonu normy podają niezależne wzory. W aktualnie obowiązującej normie stosowanej w Europie, czyli Eurokodzie 2 [Eurokod 2 2008] wzór (1) ten wygląda następująco:

$$F_{Rdu} = A_{c0} \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \quad (1)$$

gdzie:

- $F_{Rdu}$  – maksymalna siła ścisająca,
- $f_{cd}$  – obliczeniowa wytrzymałość,
- $A_{c0}$  – powierzchnia docisku,
- $A_{c1}$  – powierzchnia rozdziału.

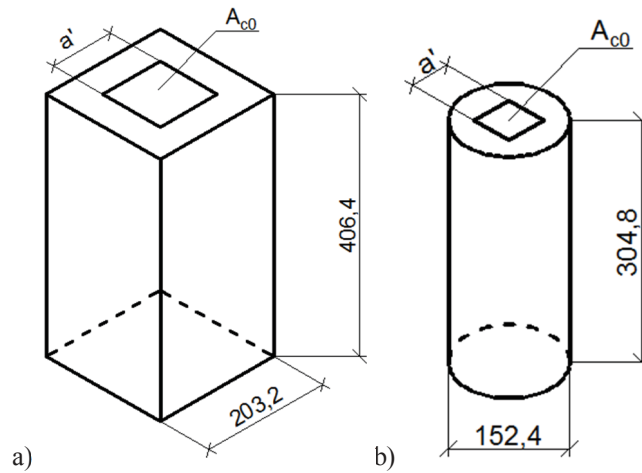
Przepisy normowe wprowadzają również wymóg zredukowania wartości nośności  $F_{Rdu}$ , gdy w obszarze docisku działają siły tnące o duże wartości, a także gdy siła dociskająca nie jest równomiernie przyłożona. W tych zapisach brak jednak jest wskazań, w jaki sposób te niekorzystne wpływy uwzględnić.

Artykuł porównuje wyniki eksperymentów wykonanych przez Bonetti'ego [Bonetti 2005] na elementach betonowych i badań numerycznych tych samych próbek przy użyciu nieliniowej metody elementów skończonych (MES). Znajduje się w nim nawiązanie do wyników obliczeń na podstawie przekształconego wzoru (1). Wzór przekształcono do stosowania dla wytrzymałości średniej betonu i tak, aby uzyskiwać dzięki niemu naprężenia docisku, przy których dochodzi do zniszczenia próbki.

Nieliniowa metody elementów skończonych umożliwiła odwzorowanie bliską do rzeczywistej pracę betonu..

### 2. Materiał i metody

Bonetti przeprowadził swoje badania [Bonetti 2005] w 7 seriach. W drugiej serii sprawdził on wpływ stosunku ( $R'$ ) pola powierzchni przekroju próbki do pola powierzchni docisku. Użyte elementy miały kształt prostopadłościenny i wymiary 203.2 x 203.2 x 406.4 mm (ryc. 1a) oraz kształt walców o średnicy 152.4 mm i wysokości 304.8 mm (ryc. 1b). Wszystkie próbki miały powierzchni docisku o kształcie kwadratu o stosunku  $R'$  w przedziale (1.5 – 6.0). Parametry próbek przedstawiono w tab. 1. Obciążenie przykładano w osi elementu. Badanie przeprowadzono w maszynie wytrzymałościowej. Próbki prostopadłościenne wykonano z betonu o wytrzymałości 31.03 MPa, a walcowe z betonu o wytrzymałości 32.06 MPa. Elementy z tej serii zostały wykorzystane do porównania z wynikami z analizy numerycznej.



Ryc. 1. Schematy badanych próbek a) SS, b) SC

Tab.1. Próbki użyte w badaniu

Symbol	$f_c$ [MPa]	$a$ lub $D$ [mm]	$H$ [mm]	$a'$ [mm]	$R$ [-]
SS-1.5	31.03	203.2	406.4	165.86	1.5
SS-2.0				143.76	2.0
SS-2.5				128.52	2.5
SS-3.0				117.35	3.0
SS-4.0				101.60	4.0
SS-6.0				83.06	6.0
SC-2.0	32.06	152.4	304.8	95.50	2.0
SC-2.5				85.34	2.5
SC-3.0				77.98	3.0
SC-4.0				67.46	4.0
SC-6.0				55.12	6.0

Gdzie:

- $a$  - wymiar boku przekroju poprzecznego próbki,
- $a'$  - wymiar boku powierzchni docisku,
- $f_c$  - wytrzymałość betonu na ściskanie,
- $H$  - wysokość próbki.

Model numeryczny wykonano w programie TNO DIANA z interfejsem FX+. Uwzględniono w nim symetryczność próbek i obciążenia. Pozwoliło to na przeprowadzenie obliczeń na połowie próbki. Przy wykorzystaniu symetryczności wprowadzono odpowiednie warunki brzegowe, tj. uniemożliwienie przesuwu w kierunku prostopadłym do powierzchni symetrii. Dolna powierzchnia elementu posiadała blokadę przesuwu pionowego. Aby uniemożliwić obrót ze względu na niecałkowitą symetryczność siatkowania przytrzymano trzy węzły w kierunku poziomym równoległym do powierzchni symetrii próbki. Próbki i warunki brzegowe przedstawione są na rycinie nr 2.

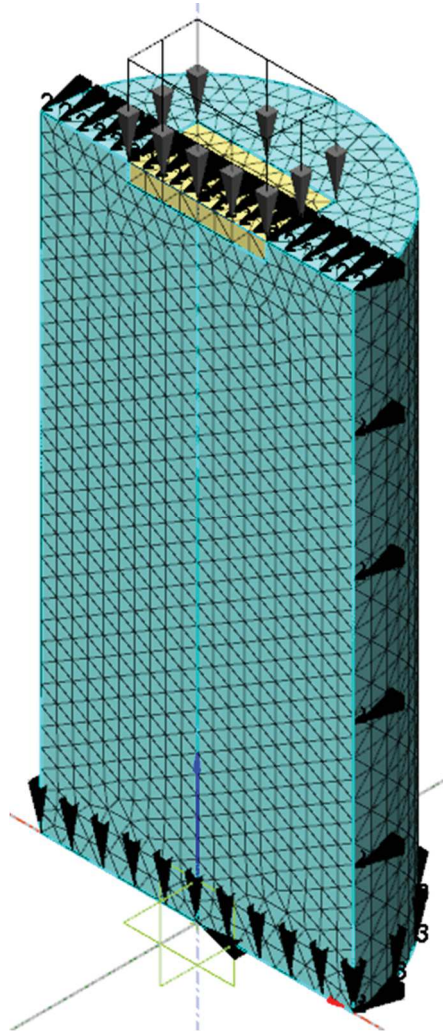
W model numerycznym zachowanie ściskanego betonu ustalono przy użyciu relacji naprężenie-odkształcenie mające postać paraboli madyckiej, którą wprowadzono do programu za pomocą krzywej łamanej o skoku 0.0001. Wzór (2), z którego skorzystano bazuje na zapisie z normy EC2 [Eurokod 2 2008].

$$\sigma_c = f_c \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{dla } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (2a)$$

$$\sigma_c = f_c \quad \text{dla } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \quad (2b)$$

gdzie:

- $\varepsilon_c$  – odkształcenie betonu,
- $\sigma_c$  – naprężenie ściskające w betonie odpowiadające odkształceniu  $\varepsilon_c$ ,
- $\varepsilon_{c2}$  – najmniejsze odkształcenie w betonie, przy którym naprężenia równe są wytrzymałości betonu (betony zwykłe  $\varepsilon_{c2} = 0.0020$ ),
- $\varepsilon_{cu2}$  – odkształcenie graniczne betonu (betony zwykłe  $\varepsilon_{cu2} = 0.0035$ ),
- $n$  – wykładnik potęgi (betony zwykłe  $n = 2$ ).



Ryc. 2. Model próbki SC-4.0 z warunkami brzegowymi i obciążeniem

W analizie uwzględniono wpływ skrępowania, z pomocą modelu opracowanego przez Selby i Vecchio [Selby, Vecchio 1993]. Pozwoliło to na uzyskanie naprężeń większych od wytrzymałości betonu na ściskanie ( $f_c$ ). W modelu działające naprężenie w pozostałych dwóch kierunkach wpływały na nośność elementu.

Praca [Bonetti 2005] nie podawała wartości modułu sprężystości Younga, ani współczynnika Poissona i wytrzymałości betonu na rozciąganie. Wartości te obliczono korzystając z zależności z normy Model Code 2010 [Model Code 2010 2012].

Bardzo ważny wpływ na analizę numeryczną miało uwzględnienie zachowania betonu rozciąganego po zarysowaniu. Użyto w tym celu model opracowanego przez Hordijka, Cornelissena i Reinhardta [Hordijk, Cornelissen, Reinhardt 1986], [Hordijk 1991]. Model z takimi założeniami jest modelem zarysowania rozmytego.

Beton po przekroczeniu wytrzymałości na rozciąganie ulega zarysowaniu. Zarysowanie poprzeczne powoduje zredukowanie wytrzymałości betonu na ściskanie. Uwzględniono to w analizie poprzez zaimplementowanie modelu Vecchio i Collinsa [Vecchio, Collins 1993].

Jako elementy siatki założono elementy o kształcie ostrosłupa o liniowej interpolacji. Wymiar siatki elementów skończonych przyjęto 12 mm dla próbek prostokątnych i 9 mm dla próbek cylindrycznych. Przy takich założeniach uzyskano w każdej próbce prostokątnej około 22000 elementów i 18500 w próbkach cylindrycznych.

Próbki były obciążane na górnej powierzchni ciśnieniem, które stopniowo wzrastało. W pojedynczym kroku obliczeniowym wzrost obciążenia mieścił się w przedziale 0.1 MPa i 1.0 MPa. Był on uzależniony od optymalnej liczby iteracji (5) i liczby iteracji we wcześniejszym kroku. Wymagano zgodności względnych przemieszczeń (0.01), sił (0.01) i energii (0.001).

Obecnie obowiązująca norma Eurokod 2 podaje wzór (1) do wyznaczenia nośności na docisk. Powierzchnia docisku jest to powierzchnia, na którą działa siła. Powierzchnią rozdziału natomiast jest powierzchnia, na którą siła się rozchodzi. Jest ona podobna do powierzchni docisku. Wymiar tej powierzchni nie mogą być większy od potrójnych wymiarów powierzchni docisku. Przez środki ciężkości powierzchni rozdziału i docisku musi przechodzić linia działania siły. W tym artykule porównano wyniki obliczeń numerycznych i uzyskanych wg zaleceń EC2 z wynikami badań eksperymentalnych.

### 3. Wyniki

Wyniki z badań i obliczeń przedstawiono w tab. 2 i 3.

Tab.2. Wyniki badań i obliczeń dla próbek prostopadłościennych

Symbol	$R' [-]$	$q_{exp}$	$q_{MES}$	$q_{EC2}$	$n_{MES}$	$n_{EC2}$
SS-1.5	1.5	26.48	34.96	38.00	1.32	1.44
SS-2.0	2.0	34.82	36.03	43.88	1.03	1.26
SS-2.5	2.5	36.34	40.43	49.06	1.11	1.35
SS-3.0	3.0	38.61	41.03	53.74	1.06	1.39
SS-4.0	4.0	45.16	46.71	62.06	1.03	1.37
SS-6.0	6.0	54.61	56.78	76.00	1.04	1.39

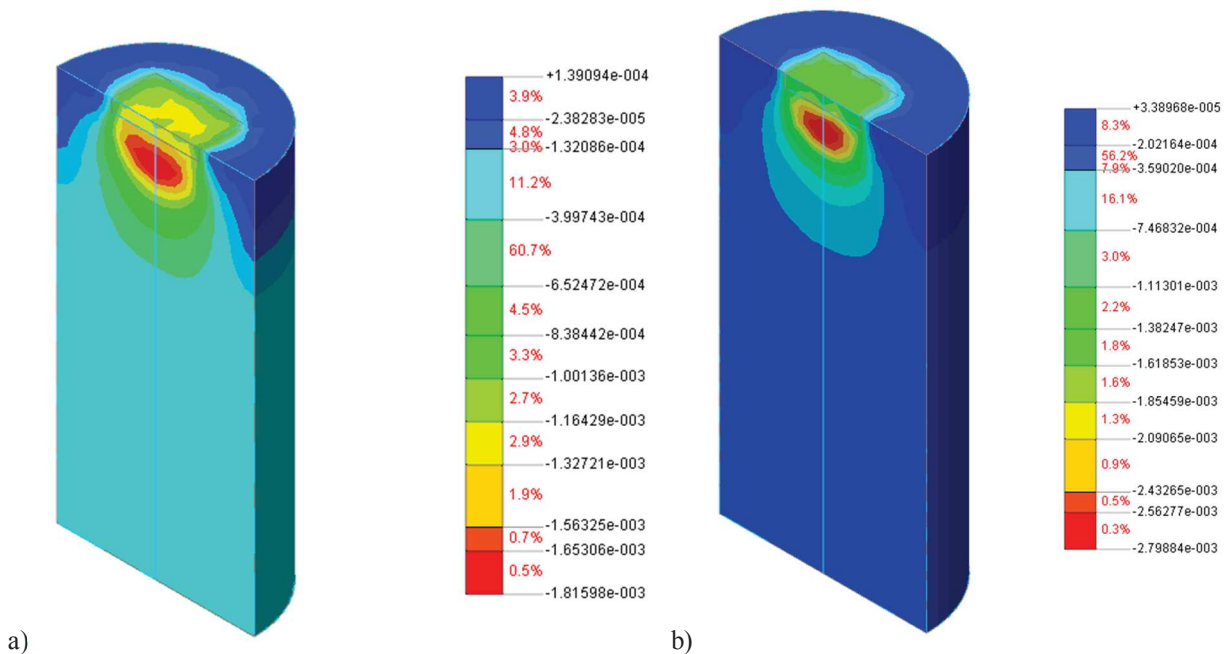
Tab.3. Wyniki badań i obliczeń dla próbek walcowych

Symbol	$R' [-]$	$q_{exp}$	$q_{MES}$	$q_{EC2}$	$n_{MES}$	$n_{EC2}$
SC-2.0	2.0	33.03	39.83	36.18	1.21	1.10
SC-2.5	2.5	39.65	42.97	40.48	1.08	1.02
SC-3.0	3.0	37.99	46.15	44.31	1.21	1.17
SC-4.0	4.0	47.58	48.24	51.14	1.01	1.07
SC-6.0	6.0	59.16	62.28	62.69	1.11	1.06

W powyższych tabelach poszczególne wielkości oznaczają:

- $q_{exp}$  - naprężenia niszczące w badaniu eksperymentalnym,
- $q_{MES}$  - naprężenia niszczące wg obliczeń numerycznych,
- $q_{EC2}$  - naprężenia niszczące wg EC2,
- $n_{MES}$  - stosunek naprężeń niszczących wg obliczeń numerycznych do wyników eksperymentalnych,
- $n_{EC2}$  - stosunek naprężeń niszczących wg EC2 do wyników eksperymentalnych.

Maksymalne odkształcenia pionowe tuż przed zniszczeniem w analizie MES dla próbek prostopadłościennych były mniejsze niż  $\epsilon_{c2}$ . Wartość ta była przekraczana tylko dla próbek o  $R' = 6.0$ . Dla próbki SS-6.0 wyniosły 0.0023, a dla SC-6.0 0.0028. Tylko w tych próbkach przekraczały one wartość  $\epsilon_{c2}$ . Dla próbek SC-4.0 i SC-6.0 na ryc. 3 przedstawiono mapy odkształceń pionowych. Na ryc. 4 przedstawiono natomiast sposób zarysowania próbek uzyskany w badaniach numerycznych.



Ryc. 3. Odkształcenie pionowe tuż przed zniszczeniem a) próbka SC-4.0, b) próbka SC-6.0



Ryc. 4. Obszary zarysowania i zmiżdżenia betonu a) SC-2.0, b) SC-2.5, c) SC-3.0, d) SC-4.0, e) SC-6.0

#### 4. Dyskusja

Zaproponowany model nieliniowy model MES pozwala uzyskać wyniki nośności z dużą poprawnością. Można zaobserwować, że wszystkie wyniki zawyżają tę wartość. Stosunkowo duży błąd wystąpił dla próbki SS-1.5. Wartość naprężeń występujących w tej próbce w momencie zniszczenia nie przekraczała jednak wytrzymałości betonu na ściskanie. Naprężenia były na poziomie 85%  $f_c$ . Zjawisko to nie jest do końca zrozumiałe. Dla próbek prostokątnych o  $R'$  od 2.0 do 6.0 średni błąd wyniósł 5.6%. Obliczenia na podstawie przekształconej zależności z EC2 dla próbek prostokątnych znacznie odbiegały od rzeczywistych wartości (o co najmniej 26%). Dla próbek cylindrycznych błąd ten był zdecydowanie mniejszy i wynosił 8%. Wynikało to przede wszystkim z konieczności ustalenia powierzchni rozdziału jako podobnej do powierzchni rozdziału, a co za tym idzie powierzchnia rozdziału miała kształt kwadratu wpisanego w okrąg o średnicy 152.4 mm, a nie koła o średnicy 152.4 mm. Z powyższych informacji wynika, że należy zachować ostrożność przy korzystaniu ze wzorów normowych.

Model wskazywał wartości odkształceń w pobliżu wartości  $\varepsilon_{c2}$ . Rzeczywiste wartości nie były jednak znane. Znaczny wpływ skrępowania betonem można było zaobserwować w przypadku próbek o  $R' = 6.0$ , gdzie odkształcenia przekroczyły wartość  $\varepsilon_{c2}$ . EC2 nie podaje wartości odkształceń.

Na bocznych powierzchniach dla próbek o małych wartościach  $R'$  można było zaobserwować wcześniejsze i bardziej widoczne zarysowanie pionowe niż dla próbek o większej wartości  $R'$ . Wraz ze wzrostem obciążenia beton na po całym obwodzie powierzchni bocznej próbki ulegał zarysowaniu. Następowo to w odległości około 5 cm od górnej krawędzi próbki. Wysokość zarysowania malała również ze wzrostem  $R'$  (ryc. 4). Tuż przy powierzchni docisku we wszystkich przypadkach następowało odspojenie betonu.

Model nie uwzględniał wpływu zbrojenia. Wydaje się konieczne dalsze sprawdzenie modelu przy zastosowaniu zbrojenia.

#### 5. Wnioski

Podsumowując, stwierdzono, że zaproponowany nieliniowy model MES dobrze oblicza nośność na docisk betonu. Zadawalające wyniki uzyskano dla przebadanych próbek z wyjątkiem próbki o  $R' = 1.5$ , gdzie wynik eksperymentalny jest trudny do zinterpretowania. Pod względem jakościowym model przedstawia zadawalające rezultaty. Sposób zarysowania odpowiada eksperymentalnemu. Stwierdzono brak możliwości zweryfikowania poprawności obliczonych odkształceń pionowych. Aby sprawdzić te odkształcenia należało by wykonać badania, w których pod powierzchnią docisku rejestrowane byłyby te odkształcenia.

Obliczenia maksymalnych naprężeń docisku wg EC2 w przypadku próbek prostokątnych wykazały duży błąd o wartości około 37%. Sugeruje to konieczność zachowania ostrożności w praktyce inżynierskiej. Próbki cylindryczne wykazały natomiast bardzo dużą poprawność. Błąd obliczeń wynosił 8%.

W kolejnych badaniach należy przeanalizować wpływ zbrojenia m. in. spiralą. Niestety liczba zweryfikowanych próbek wynosiła tylko 11. W celu ostatecznego stwierdzenia poprawności modelu, wydaje się konieczne przeprowadzenie większej ilości badań elementów na docisk, w tym także dla betonów wysokiej wytrzymałości.

#### 6. Literatura

**Bonetti R. A.** 2005. Ultimate Strength of the Local Zone in Load Transfer Tests. Praca magisterska. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg.

**Eurokod 2.** 2008. PN-EN 1992-1-1:2008, Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1. Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa.

**Selby R. G., Vecchio F. J.** 1993. Three-dimensional Constitutive Relations for Reinforced Concrete. Tech Rep. 93-02, University of Toronto, dept. Civil Engineering, Toronto.

**Model Code 2010** 2012. Final draft, Vol. 1, Bulletin 65. FIB, Lausanne.

**Hordijk D. A.** 1991. Local Approach to Fatigue of Concrete, praca doktorska, Technical University Delft, Delft.

**Cornelissen H. A., Hordijk D. A., Reinhardt H.** 1986. Experimental determination of crack softening characteristics of normalweight and lightweight concrete. Heron, Vol. 31, No. 2, 1986.

**Vecchio F. J., Collins M. P.** 1993. Compression response of cracked reinforced concrete. Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 12. ASCE, 3590-3610.

**Nazwa instytucji:** Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Pracownia Konstrukcji Sprężonych

**Opiekun naukowy:** dr hab. inż. Andrzej Seruga, prof. PK

**Adres do korespondencji:** piotr@sokal.pl